

ВЛИЯНИЕ НА ОГРАНИЧЕНАТА ДЕПЛАНАЦИЯ ВЪРХУ УСТОЙЧИВОСТТА НА СТОМАНЕНИ СКОСЕНИ ЕЛЕМЕНТИ ПРИ НЕЦЕНТРИЧЕН НАТИСК.

Габриела Петрова¹

INFLUENCE OF RESTRAINED WARPING ON THE STABILITY OF STEEL TAPERED ELEMENTS SUBJECTED TO ECCENTRIC COMPRESSION.

Gabriela Petrova¹

Abstract:

The use of tapered members has become well established in steel building structures due to the more efficient distribution of material that they allow. However, their behaviour under eccentric compression remains insufficiently investigated, which limits the possibility of fully utilising the load-bearing capacity of such members.

The present paper aims to analyse the influence of restrained warping of the end cross-sections on the global stability of tapered columns for different values of the ratio (M_{Ed}/N_{Ed}). For this purpose, a full geometrically and materially nonlinear analysis with imperfections (GMNIA) was carried out for all investigated members. For each specimen, defined by a specific geometry and eccentricity ($e = M_{Ed}/N_{Ed}$), four numerical models were developed, depending on whether warping at the end cross-sections was restrained or released.

In addition, the results were compared with those obtained from a manual design approach based on an equivalent centrally compressed member model. The objective was to assess the magnitude of the beneficial effect of tensile stresses in the members and, on this basis, to modify the initial manual design procedure so that its results would be closer to those obtained from GMNIA.

Keywords:

Tapered Columns; Eccentric Compression; Global Stability; Warping; GMNIA

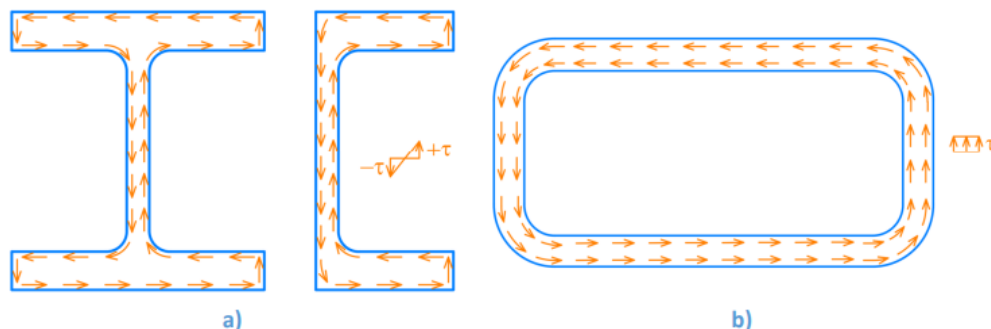
1. ВЪВЕДЕНИЕ

Измятането е процес на загуба на устойчивост, настъпващ при елементи, подложени на огъване спрямо силната си ос. То се характеризира със странични премествания v и завъртане θ на напречните сечения по дължината на пръта. В началния етап, при който

¹ Габриела Петрова, инж., докторант, Катедра „Метални, дървени и пластмасови конструкции“, Строителен факултет, УАСГ-България, София 1164, бул. „Христо Смирненски“ № 1, gpetrova_fce@uacg.bg

Gabriela Petrova, eng. PhD student, Dept. “Steel, Timber and Plastic Structures”, Faculty of Civil Engineering, UACEG - Bulgaria, Sofia 1164, 1 Hristo Smirnenski Blvd, gpetrova_fce@uacg.bg

елементът започва да се усуква, възниква допълнителен огъващ момент, действащ спрямо слабата ос. При тази огъвно-усуквателна деформирана форма отворените напречни сечения получават извънравнинни деформации, породени от неравномерните осови премествания на поясите. Те се дължат на линейното разпределение на срязващите напрежения по дебелината на стените. За сравнение, при кутиеобразни сечения разпределението им е константна функция (фигура 1). Рамото на резултантната в първия случай е равно на половината от дебелината на съответната стена [1], откъдето може да се направи изводът, че депланацията е по-ясно изразена при по-дебелите пояси. Ограничаването на депланацията поражда нормални напрежения в елементите и увеличава носимоспособността на измятане на елемента.



Фигура 1. Разпределение на срязващите напрежения при отворени а) и затворени б) напречни сечения [1].

А. Ramsey и Е. Maunder изследват промяната в коравината на усукване при различните видове напречни сечения след ограничаване на депланацията [2]. Те достигат до следните изводи:

- При затворени сечения усуквателната коравина GI_t не се повишава;
- При правоъгълните сечения тя се увеличава слабо (с 3%);
- При отворените 2Т сечения GI_t нараства чувствително (с над 400%).

Изследването е доразработено в опит да се симулират действителните гранични условия чрез добавяне на крайни плочи, които имат частично ограничаващо депланацията действие. Въпреки това, вътрешните напречни сечения не остават равнинни.

Р. Piotrowski и А. Szychowski [3] изучават повишаването на критичния огъващ момент, което възниква при ограничаване на извънравнинните деформации на крайните напречни сечения на призматични прости греди. Освен идеализираните гранични състояния на свободна и ограничена депланация, те моделират и крайни планки с различна дебелина, за да пресъздадат реалното поведение на гредовите конструктивни елементи. Наблюдава се нарастване на стойността на критичния товар M_{cr} с увеличаване на дебелината на планките t_p . Връзката между двата параметъра не е линейна. При еднакви други условия изследваната седма степен на свобода има по-голямо влияние върху M_{cr} при по-къси елементи. В [3] и [4] се посочва, че крайните плочи с дебелина между 10mm и 30mm повишават значително носещата способност на конструктивните елементи с отворено напречно сечение. При $t_p=5\text{mm}$ депланацията може да се приеме за свободна.

В контекста на скосените елементи геометричните характеристики на сеченията се изменят по дължината на елемента и това усложнява изследването им. В [5] и [6] Г. Радославов и Л. Георгиев подробно описват функциите, по които става тази промяна и оценяват възможността за апроксимиране на някои функции до линейни такива, което значително подобрява практическата им употреба. Това благоприятства развитието на приблизителни подходи за оценка на устойчивостта като Метода на центрично натиснатия пояс, числен пример, за който може да се открие в [7]. Общият метод (т.6.3.4) на БДС

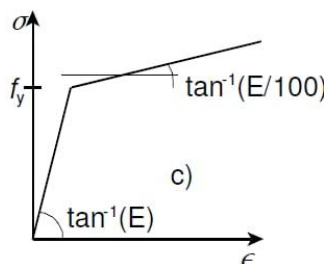
EN1993-1-1 [8] също е приложим за непризматични елементи, но изисква употребата на специализирани софтуерни продукти [9].

Настоящата статия има две основни цели – оценка на влиянието на ограничената деформация върху носимоспособността на измятане на колони с линейно изменяща се височина на стеблото и съпоставка на получените резултати с тези от ръчно решение, основано на Метода на центрично натиснатия прът.

2. МЕТОДОЛОГИЯ

2.1. Моделиране с равнинни крайни елементи

Изследваните елементи са прости греди, подложени на нецентричен натиск и чисто огъване. Проведен е пълен геометрично и материално нелинеен анализ с отчитане на несъвършенствата (GMNIA) на софтуерния продукт ANSYS. Крайните елементи са от тип shell-181. Те имат 4 възела, всеки, от които разполага с 6 степени на свобода (3 трансляционни и 3 ротационни). Мрежата на моделите е с размерност 20 mm. Материалната нелинейност е отчетена с билинейна работна диаграма на стомана S355 с отчитане на деформационното уякчаване според приложение C на БДС EN1993-1-5 [10] (фигура 2).



Фигура 2. Работна диаграма на стоманата, използвана в изчислителните модели.

В центровете на тежестта на крайните сечения са поставени точкови опори, възпрепятстващи вертикалните и страничните трансляционни премествания. Позволено е завъртане спрямо осите на крайните напречни сечения (O_z и O_y). Допълнително е ограничено усукването на елементите. Преместването по оста O_x на елемента е позволено само в единия край на колоната (там, където е приложено натоварването). Разглеждат се няколко случая, в зависимост от възприетите гранични условия за деформацията:

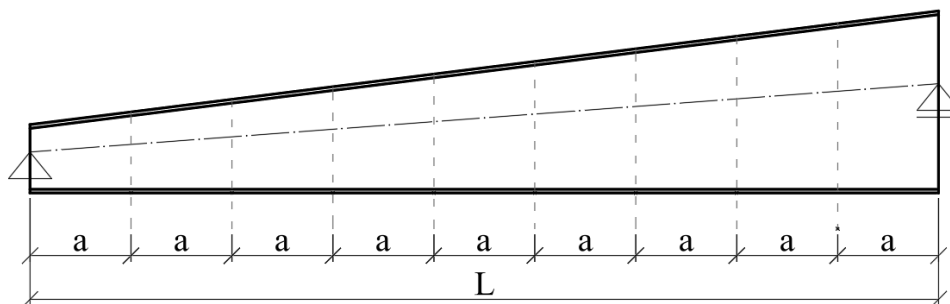
- Случай 1: Свободна деформация за двете крайни напречни сечения;
- Случай 2: Свободна за малкото напречно сечение и ограничена за високото;
- Случай 3: Ограничена за високото напречно сечение и свободна за ниското;
- Случай 4: Ограничена деформация за двете крайни напречни сечения.

Геометричната нелинейност и началните несъвършенства следват първата глобална огъвно-усуквателна форма на загуба на устойчивост (ЗУ), получена чрез линеен анализ. Тази начална геометрия се счита за най-неблагоприятна. Тя е завишена с коефициент за еквивалентни геометрични несъвършенства в съответствие с БДС EN1993-1-5 [10], който отчита и остатъчните напрежения и е избран да бъде $e_0/L=1/150$. Чистите местни форми на ЗУ се пренебрегват. В [11] М. Василев подробно разглежда числените методи за оценка на устойчивостта на рамки с непризматични елементи.

Натоварването от огъващ момент се представя като двоица сили, приложени в центровете на тежестта на поясите. Натисковата сила се моделира като сила, действаща върху цялото крайно напречно сечение на колоната. Характеристичната носимоспособност е получена на базата на максималните сили, достигнати в анализа.

2.2. Метод на центрично натиснатия прът

Първата стъпка е разглежданият скосен елемент да се приведе в призматичен. Височината на напречното сечение е линейно изменяща се и в интерпретацията на този метод в настоящата статия геометричните характеристики на еквивалентния прът се избират да бъдат равни на тези на критичното напречно сечение. Под „критично напречно сечение“ се разбира онова сечение с най-голям коефициент на използваемост α_{ult} . За целта всеки разглеждан елемент се разделя на 9 участъка с равна дължина и за всяко от 10-те получени сечения се определя съответстващият му капацитет (фигура 3.).



Фигура 3. Схема на разделяне на елемента за определяне на α_{ult} .

Втората стъпка от подхода включва образуването на еквивалентен прът с Т-сечение. То се образува от целия натиснат пояс и 2/3 от височината на натиснатата част на стеблото. За новият елемент се прилага процедурата на Еврокод 3 за изчисляване на коефициента на изкълчване χ за центричен натиск. Носимоспособността на измятане има следния вид:

$$M_{b,Rd} = \frac{k_{warp} \cdot \chi \cdot W_y \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad (1)$$

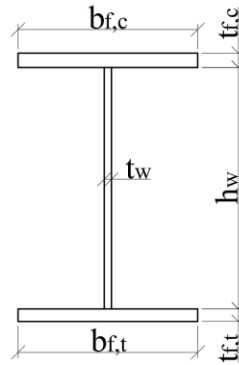
С W_y е означен съпротивителният момент на критичното напречно сечение, f_y е границата на провлачване на стоманата, а γ_{M1} е коефициент за сигурност, равен на 1,05. Параметърът k_{warp} отчита депланацията на по-голямото сечение.

3. ДАННИ

Материалът се характеризира с граница на провлачване $f_y=355MPa$ и модул на линейни деформации $E=210\,000MPa$. Натоварването се задава с отношението $e=M_{Ed}/N_{Ed}$. Диаграмата на огъващия момент по дължината на елемента е триъгълникова, а на осовите сили – константна. В статията се разглеждат 3 стойности на ексцентрицитетата e (2; 4; ∞). Всички изследвани образци са с дължина $L=4000mm$. В Таблица 1 са описани основните геометрични характеристики на колоните, а на фигура 4 са показани дефинираните означения. Индекс “t” се отнася за опънатите части, а “c” – за натиснатите. Случаите на скосяване са три и се характеризират с ъгъла α , който сключват двата пояса.

Таблица 1. Характеристики на типовете геометрични постановки.

No	L [mm]	$h_{w,min}$ [mm]	$h_{w,max}$ [mm]	t_w [mm]	$b_{f,t}$ [mm]	$t_{f,t}$ [mm]	$b_{f,c}$ [mm]	$t_{f,c}$ [mm]	α°
1	4000	300	600	8	200	10	200	16	4,3
2	4000	300	700	8	200	10	200	16	5,7
3	4000	300	800	8	200	10	200	16	7,1



Фигура 4. Означения върху напречното сечение.

В означението на всяка постановка (например „1-3“) първото число препраща към една от трите изследвани геометрични постановки, а второто – към съответния вид натоварване и гранично условие. Подробно описание е дадено в таблица 2.

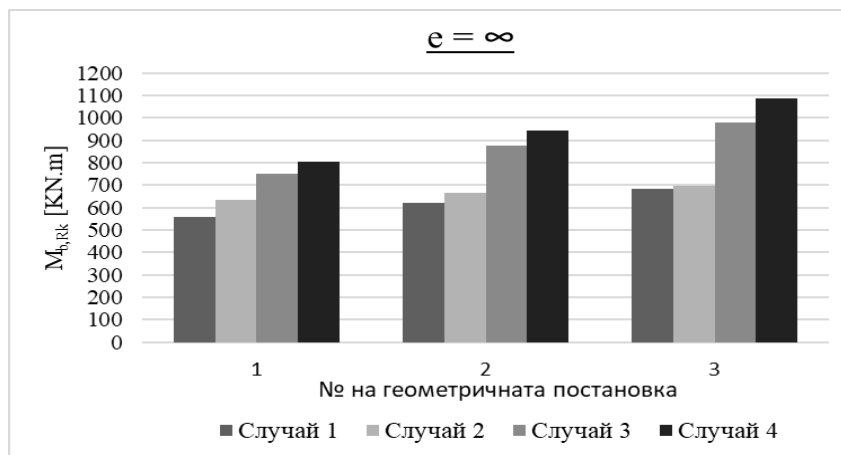
Таблица 2. Описание на граничните условия и натоварването на образците.

No	Депланация - ляв край	Депланация - десен край	e [mm]
X-1	n	n	∞
X-2	y	n	∞
X-3	n	y	∞
X-4	y	y	∞
X-5	n	n	4
X-6	y	n	4
X-7	n	y	4
X-8	y	y	4
X-9	n	n	2
X-10	y	n	2
X-11	n	y	2
X-12	y	y	2

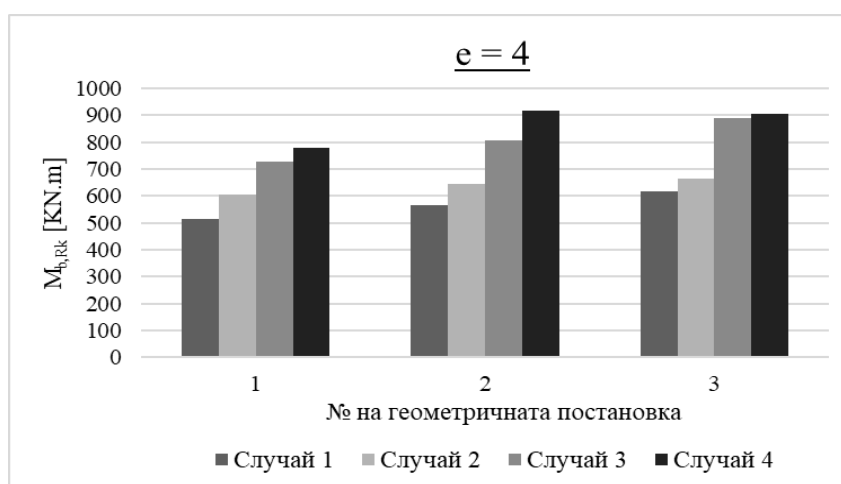
4. РЕЗУЛТАТИ

4.1. Резултати от МКЕ

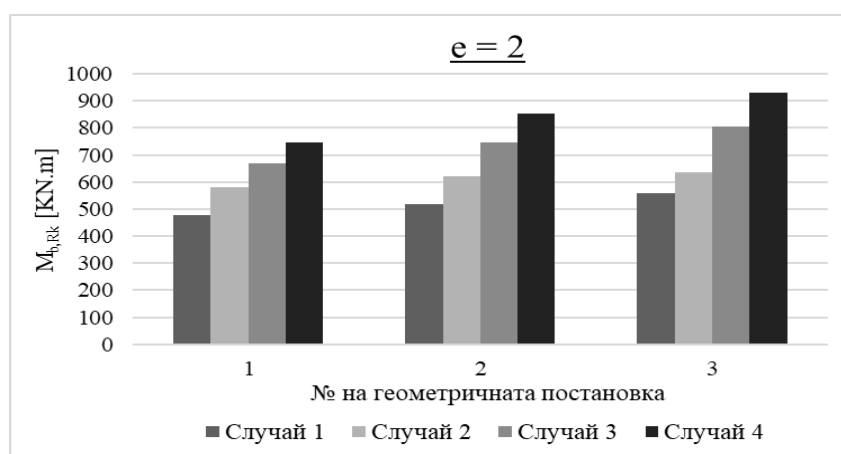
На фигури 5-7 са съпоставени разликите в характеристикната носимоспособност на измятане $M_{b,Rk}$ за 4-те приети случая, описани в т. 2.1. Означенията „1“, „2“ и „3“ по абсцисата са номерата на съответната геометрична постановка, а по ординатата са стойностите на $M_{b,Rk}$.



Фигура 5. Стойност на $M_{b,Rk}$ при $e = \infty$.



Фигура 6. Стойност на $M_{b,Rk}$ при $e = 4$.



Фигура 7. Стойност на $M_{b,Rk}$ при $e = 2$.

На базата на получените резултати могат да се направят следните изводи:

- Във всички случаи образците с двустранно ограничена депланация достигат до най-високи стойности на $M_{b,Rk}$ и обратно;
- Ограничаването на извънравнинните деформации на по-голямото напречно сечение има по-благоприятен ефект от ограничаването на по-малкото сечение;

- С увеличаване на ъгъла на скосяване нараства и скокът на носимоспособността между случаи 2 и 3. Допълнителен ефект е и относително по-ниският принос на ограниченото ниско сечение.

4.2. Резултати от Метода на центрично натиснатия прът

След поэтапно изчисляване на напреженията, авторът стига до заключението, че за всички постановки, при които в натоварването липсва натискова сила критичното напречно сечение е при $x=L$, т.е. при най-високото измежду сеченията. В този случай се работи с $h_{w,cr}=h_{w,max}$. Обратно, при центричен натиск критично е сечението при $x=0$ ($h_{w,cr}=h_{w,min}$). За нецентрично натиснатите колони, при които ексцентрицитетът $e = M_{Ed}/N_{Ed}$ надвишава 2m в полза на сигурността може да се приеме височина на стеблото $h_{w,cr}$, равна на 2/3 от височината на голямото сечение $h_{w,max}$.

В таблици 3-5 са показани изчислителните носимоспособности, получени по МКЕ и по приблизителния метод. Коефициентът k_{warp} е приет, както следва:

- $k_{warp} = 1$ при свободна деформация в двете крайни сечения;
- $k_{warp} = 1,1$ при ограничена деформация на по-малкото от крайните сечения;
- $k_{warp} = 1,3$ при ограничена деформация на по-голямото от крайните сечения;
- $k_{warp} = 1,4$ при ограничена деформация в двете крайни сечения.

Таблица 3. Съпоставка на резултатите за Геометрична постановка №1

Критично сечение при $x[mm]$:		$M_{b,Rd,ANSYS}$	k_{warp}	$M_{b,Rd,МЦНП}$	Δ
		kN.m	-	kN.m	[%]
1-1	4000	532,45	1,00	350,1	52,1
1-2	4000	605,43	1,10	385,1	57,2
1-3	4000	716,94	1,30	455,1	57,5
1-4	4000	767,73	1,40	490,1	56,7
1-5	2667	491,00	1,00	241,9	103,0
1-6	2667	577,99	1,10	266,1	117,2
1-7	2667	694,76	1,30	314,5	120,9
1-8	2667	742,05	1,40	338,7	119,1
1-9	2667	454,22	1,00	269,5	68,6
1-10	2667	554,64	1,10	296,4	87,1
1-11	2667	636,37	1,30	350,3	81,7
1-12	2667	710,52	1,40	377,3	88,3

Таблица 4. Съпоставка на резултатите за Геометрична постановка №2

Критично сечение при $x[mm]$:		$M_{b,Rd,ANSYS}$	k_{warp}	$M_{b,Rd,МЦНП}$	Δ
		kN.m	-	kN.m	[%]
2-1	4000	593,52	1,00	510,4	16,3
2-2	4000	634,27	1,10	561,4	13,0
2-3	4000	833,24	1,30	663,5	25,6
2-4	4000	896,39	1,40	714,6	25,4
2-5	2667	539,87	1,00	339,3	59,1

2-6	2667	613,21	1,10	373,2	64,3
2-7	2667	769,40	1,30	441,0	74,5
2-8	2667	872,63	1,40	475,0	83,7
2-9	2667	494,37	1,00	373,9	32,2
2-10	2667	590,13	1,10	411,3	43,5
2-11	2667	710,32	1,30	486,0	46,1
2-12	2667	811,51	1,40	523,4	55,0

Таблица 5. Съпоставка на резултатите за Геометрична постановка №3

Критично сечение при $x[\text{mm}]$:		$M_{b,Rd,ANSYS}$	k_{warp}	$M_{b,Rd,МЦНП}$	Δ
		kN.m	-	kN.m	[%]
3-1	4000	649,68	1,00	686,4	-5,6
3-2	4000	663,61	1,10	755,0	-13,8
3-3	4000	933,86	1,30	892,3	4,7
3-4	4000	1032,98	1,40	960,9	7,5
3-5	2667	586,18	1,00	447,2	31,1
3-6	2667	631,09	1,10	492,0	28,3
3-7	2667	847,13	1,30	581,4	45,7
3-8	2667	863,39	1,40	626,1	37,9
3-9	2667	531,98	1,00	487,3	9,2
3-10	2667	607,09	1,10	536,0	13,3
3-11	2667	767,38	1,30	633,5	21,1
3-12	2667	887,40	1,40	682,2	30,1

5. ИЗВОДИ

След проведените изчисления се отчита необходимостта от промяна в начина на приемане на параметъра k_{warp} . Необходими са допълни параметрични изследвания, които да намерят зависимостта между него и ъгъла на скосяване. При ексцентрицитет $e = 4m$ и $e = 2m$ критичното напречно сечение е прието да бъде с височина на стеблото $h_{w,cr} = 2/3 \cdot h_{w,max}$. Като следствие от това приемане резултатите при $e = 4m$ са видимо по-консервативни. Като насока за бъдещи изследвания авторът на настоящата статия посочва по-детайлната оценка на влиянието на ексцентрицитетите в контекста на стоманените скосени колони.

6. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Beyer A., On the design of steel members with open cross-sections subject to combined axial force, bending and torsion, Université de Lorraine, 2017. (NNT : 2017LORR0204).
- [2] Ramsey A., Maunder E., The influence and modelling of warping restraint on beams, Structure magazine, 2016, Available: <https://www.ramsay-maunder.co.uk/knowledge-base/publications/the-influence-and-modelling-of-warping-restraint-on-beams/>. [посетен на 8.05.2026г.].
- [3] Piotrowski R., Szychowski A., Lateral-torsional buckling of beams elastically restrained against warping at supports, De Gruyter Open, Archives of civil engineering, Vol. LXI, ISSUE 4, 2015, DOI: 10.1515/ace-2015-0042.

- [4] Wierzbicki K., Szumigala M., Influence of the ribs parallel to web on warping and load-bearing capacity of a steel I-beam. Scienco, Civil and environmental engineering reports, CEER 2019; 29 (4): 141-148, DOI: 10.2478/ceer-2019-0050.
- [5] Радославов Г., Изследване на стоманени елементи с променливо напречно сечение. Докторска дисертация, УАСГ, 2015г..
- [6] Радославов Г., Георгиев Л., Изследване на устойчивостта на стоманени елементи с променливо 2Т напречно сечение. Международна научна конференция „Проектиране и строителство на сгради и съоръжения“, 13 ÷ 15 септември 2012 г., Варна (публикация в сборник с доклади, стр. 560).
- [7] Пенелов П., Стойков Ал., Цветкова П., Приложение на общия метод на EN 1993 - 1 - 1 за оценка на общата устойчивост на пълностенни стоманени елементи с променлива височина на стеблото, подложени на нецентричен натиск. Годишник на УАСГ, Том XLVI, Свитък V, 2013-2014.
- [8] BDS EN 1993-1-1:2005. Еврокод 3: Проектиране на стоманени конструкции. Част 1-1: Общи правила и правила за сгради.
- [9] Пенелов П., Стойков Ал., Цветкова П., Приложение на общия метод на EN 1993 - 1 - 1 за оценка на общата устойчивост на стоманени елементи, попадащи в обхвата на приложение на стандартния метод за проверка на обща устойчивост при нецентричен натиск. Годишник на УАСГ, Том XLVI, Свитък V, 2013-2014.
- [10] BDS EN 1993-1-5:2006. Еврокод 3: Проектиране на стоманени конструкции. Част 1-5: Равнинни пълностенни елементи.
- [11] Василев М. Въпроси на устойчивостта на стоманени едноетажни рамкови конструкции. Докторска дисертация, УАСГ, 2018г..