

ОРАЗМЕРЯВАНЕ НА НЕЦЕНТРИЧНО НАТИСНАТИ СТОМАНОБЕТОННИ ЕЛЕМЕНТИ С ЕДИНИЧНА АРМИРОВКА

Никола Ангелов¹,

DESIGN OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS WITH SINGLE REINFORCEMENT TO BENDING WITH AXIAL COMPRESSION

Nikola Angelov

Abstract:

A particular case of bending with axial compression with large eccentricity and small required compression area is considered in this article. The results are of applied importance for symmetrically reinforced wall (shell, plate, etc.) elements with a rectangular cross-section when dimensioned out of their plane.

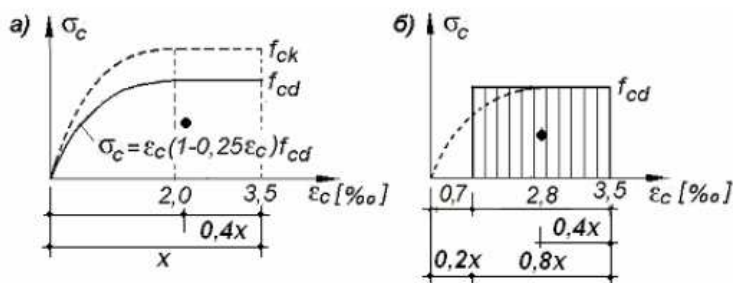
Possible design procedures are investigated analytically. A numerical example from practice is presented. Design advice is given to optimize the required reinforcement and the effort to obtain it.

Keywords:

Large Eccentricity, Symmetrical Reinforcement, Single Reinforcement

1. ВЪВЕДЕНИЕ

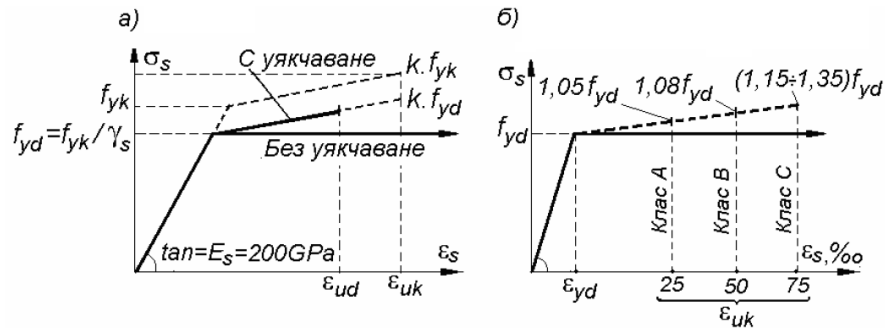
Информация за оразмеряването на нецентрично натиснати елементи според системата Еврокод 2 [1, 2] може да бъде намерена в редица източници [3, 4, 5, 6, 7].



Фигура 1. Изчислителни диаграми при едноосов натиск на бетона (а) параболично-линейна и (б) заместващ правоъгълен блок на напреженията [3]

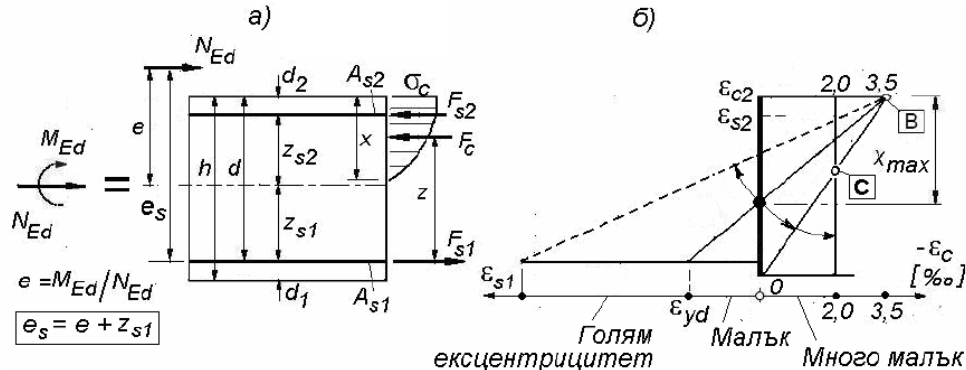
¹ Никола Ангелов, гл. ас. д-р инж., катедра „Масивни конструкции“, Строителен факултет, УАСГ, бул. „Хр. Смирненски“ №1, 1164 София, nikangelov_fce@uacg.bg
Nikola Angelov, Chief Assist. Prof. Dr. Eng., Department of Reinforced Concrete Structures, Faculty of Structural Engineering, UACEG, Sofia 1164, 1 Hristo Smirnenki Blvd., nikangelov_fce@uacg.bg

Работните диаграми на бетона и армировката са показани на фиг.1 и фиг.2. В изследванията по-долу е приет правоъгълен блок на напреженията в натисковата зона на бетона (фиг.1.б). За работна диаграма на армировъчната стомана е използвана билинейната диаграма с хоризонтален клон (без уякчаване) и без ограничение на деформациите ε_s (фиг.2.б). В анализите и примера е ползвана стомана клас B500.



Фигура 2. Изчислителни работни диаграми за армировъчна стомана (а) общ вид и (б) диаграма на армировка с различен клас дуктилност [3]

Случаят на нецентричен натиск с голям ексцентрицитет е представен на фиг.3. Деформациите в бетона са достигнали $\varepsilon_{c2} = 3,5\%$ (завъртането се извършва около т.В), деформациите в опънната армировка са $\varepsilon_{s1} \geq 2,17\%$. Натисковата армировка в по-голямата част от диапазона на големия ексцентрицитет работи с деформации $\varepsilon_{s2} \geq 2,17\%$ (т.е. напреженията в нея са достигнали границата на провлачане f_{yd}), но може да бъде и по-слабо натисната или дори опъната.



Фигура 3. Параметри и случаи на нецентричан натиск (а) напрегнато състояние и (б) деформации [3]

2. ПРОЦЕДУРА ЗА ОРАЗМЕРЯВАНЕ СЪС СИМЕТРИЧНА АРМИРОВКА

Симетричното армиране е за предпочитане и се използва поради технологични причини и при възможна поява на двузначни огъващи моменти.

Според [3] в случаят на голям ексцентрицитет ($e \geq 0,35d$ и $n_{Ed} = N_{Ed} / A_c f_{cd} \leq 0,4$) симетричната армировка може да се определи по:

$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{N_{Ed} \cdot e_s - 0,8\xi(1 - 0,4\xi)bd^2 f_{cd}}{(d - d_2)f_{yd}}, \quad (1)$$

ако е изпълнено условие:

$$\xi = \frac{1,25N_{Ed}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \leq \xi_{\max} \quad (2)$$

В този случай и опънната и натисковата армировка работят с напрежения f_{yd} . Уравнение (1) може да се изведе от моментово равновесно условие. Уравнение (2) пък може да се докаже от равновесие на силите и като се има предвид, че в армировките са установяват еднакви по големина сили с противоположни посоки.

В частния случай (фиг.4), когато:

$$\xi \leq 2,63 \frac{d_2}{d}, \quad (3)$$

натисковата армировка не е напълно натисната (дори може да бъде и опъната) и уравнение (1) вече не е валидно.

Точното решение (показано в т.3) е трудоемко и се нуждае от доста числени ресурси.

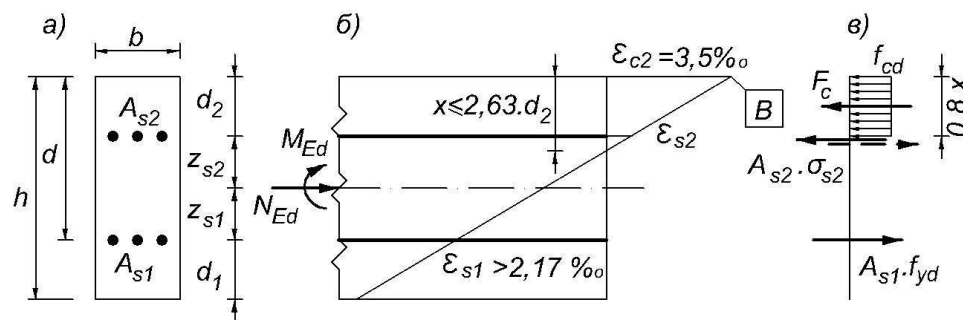
За това в този случай се предлага отказ от натисковата зона в бетона [3]. Поемане на външните усилия става с двоицата, формирана от провлачените армировки:

$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{N_{Ed} \cdot e_s}{(d - d_2) f_{yd}} \quad (4)$$

По този начин решението е бързо и лесно, но при оразмеряване на тънки стенни елементи с големи бетонни покрития (заради агресивна среда например) отказът от натиснатият бетон може драстично да повлияе на резултата. Обяснението е в голямата редукция на рамото на вътрешните сили, която се получава.

3. ТОЧНО АНАЛИТИЧНО РЕШЕНИЕ ЗА ЗОНАТА НА ЧАСТНИЯ СЛУЧАЙ

На фиг.4 са показани напреженията и деформациите при $\xi \leq 2,63 \cdot d_2 / d$.



Фигура 4. (а) Геометрия (б) деформации и (в) напрежения при $\xi \leq 2,63 \cdot d_2 / d$

От условието за равновесие на силите на фиг.4 може да се изведе формула за необходимата армировка (напреженията σ_{s2} в армировката A_{s2} се вземат със знака си):

$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{0,8x \cdot b \cdot f_{cd} - N_{Ed}}{f_{yd} + \sigma_{s2}} \quad (5)$$

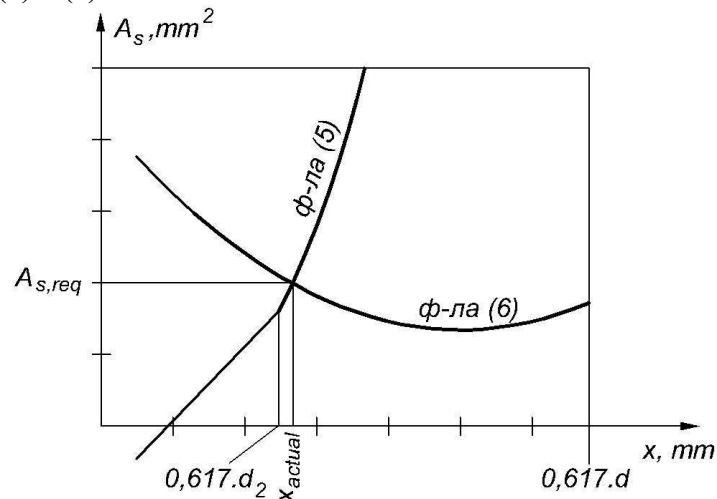
От моментово уравнение за центъра на армировка A_{s2} (която е или натисната или опъната) може да се запише уравнението:

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed} - N_{Ed} \left(\frac{h}{2} + d_2 \right) - 0,8x.b.f_{cd}(d_2 - 0,4x)}{f_{yd} \cdot (d - d_2)}. \quad (6)$$

За напреженията в натиснатата армировка (която може да бъде и опъната) са валидни формулите:

$$\sigma_{s2} = \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} f_{yd} = 435 \text{ MPa} \text{ при } x \leq 0,617d_2 \\ -0,0035.E \frac{x-d_2}{x} \\ -435 \text{ MPa} \text{ при } x \geq 2,63d_2 \end{array} \right\} \text{ при } x \leq 2,63d_2. \quad (7)$$

При последователно задаване на различни височини на натисковата зона x от уравнения (5), (6) и (7) могат да се построят графики за армировката A_{s1} (фиг.5). За пресечната точка на графиките може да се определи еднозначно височината на натисковата зона x_{actual} и необходимата армировка $A_{s,req}$, удовлетворяващи едновременно (5) и (6).



Фигура 5. Точно решение на частния случай при $\xi \leq 2,63.d_2 / d$

Най-голямата стойност по абсцисата ($x = 0,617.d$) съответства на границата на случая с голям ексцентрицитет.

Чупката в графиката на ф-ла (5) при $x = 0,617.d_2$ съответства на установяване на максимални опъни напрежения ($\sigma_{s2} = f_{yd} = 435 \text{ MPa}$) в армировката A_2 . Нейното местоположение спрямо x_{actual} може да бъде произволно и зависи от конкретната задача.

4. ПРОЦЕДУРА ЗА НЦН С ЕДИНИЧНА АРМИРОВКА

Заради консервативността на (4) и заради трудоемкото решение от т.3 е представена процедурата с единична армировка. Вместо отказ от бетонно покритие и натискова зона в бетона се предлага натиснатата армировка въобще да не се отчита при оразмеряването.

Важно е да се спомене също, че поради голямата ширина b на елементите с форма на стена при оразмеряване извън равнината им натисковата зона обикновено се получава с малка височина x .

4.1. Аналитично решение

На фиг.6 са показани напреженията и деформациите за правоъгълното сечение.

От моментово уравнение за центъра на армировка се определя височината на натисковата зона x :

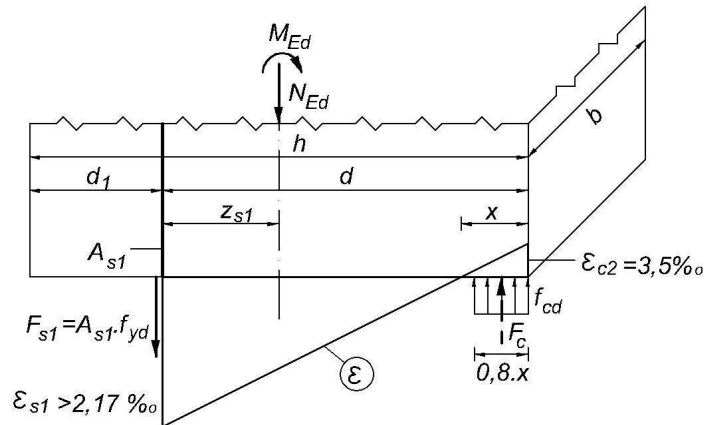
$$M_{Ed} + N_{Ed} \left(d - \frac{h}{2} \right) = 0,8x.b.f_{cd}(d - 0,4x). \quad (8)$$

При решението на квадратното уравнение (8) спрямо x се избира корена с физически смисъл за конкретната задача.

При $\xi = \frac{x}{d} \leq \xi_{\max}$ опънната армировка работи с напрежения $\sigma_s = f_{yd}$.

Тогаво напримерно от равновесно условие на силите може да се определи търсената армировка:

$$A_{s1} = \frac{0,8x.b.f_{cd} - N_{Ed}}{f_{yd}}. \quad (9)$$



Фигура 6. Аналитично решение с единична армировка

4.2. Таблично решение

Решението от т.4.1 е параметризирано в литературата и е представено в следващата таблица [4, 5].

Оказва се, че може да се ползва познатата таблица за огъване, като при определяне на относителният огъващ момент μ_{Ed} участва и осовата натискава сила:

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed} + N_{Ed} \cdot z_{s1}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}, \quad (10)$$

където натисковата сила се взема със знак „+“ в (10).

След отчитане на ω_1 от табл.1 необходимата армировка се определя от:

$$A_{s1} = (\omega_1 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} - N_{Ed}) / \sigma_{s1}. \quad (11)$$

Таблица 1. Изчисляване на опънна армировка в напречни сечения с правоъгълна натискава зона, подложени на огъване и НЦ натиск/опън с голям ексцентрицитет (извадка от [4])

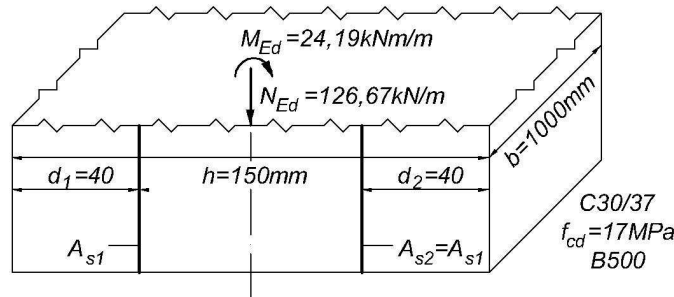
Относителен момент: $\mu_{Eds} = \frac{M_{Ed} + N_{Ed} \cdot z_{s1}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$ (натисковата сила е положителна)

Необходима армировка: $A_{s1} = (\omega_1 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} - N_{Ed}) / \sigma_{s1}$

μ_{Ed}	ω_1	$\xi = x/d$	$\zeta = z/d$	$\varepsilon_{s1}, \text{‰}$	σ_{s1}, MPa
0,04	0,04	0,05	0,98	65,1	453 (B500)
0,12	0,13	0,16	0,94	18,4	
0,20	0,22	0,28	0,89	8,9	
0,28	0,33	0,42	0,83	4,8	
0,37	0,50	0,617	0,75	2,17	
.
.
.

5. ЧИСЛЕН ПРИМЕР

Представено е решение на реална задача от практиката при началните условия, описани на фиг.7. Разрезни усилия $M_{Ed} = 24,19 \text{ kNm/m}$ и $N_{Ed} = 126,67 \text{ kN/m}$ за горния край на стоманобетонна стена на кръгъл вкопан резервоар са получени от състояние празен засипан.



Фигура 7. Геометрия, материали и разрезни усилия

Минималната армировка на тази стена е определена на:

$$A_{s1, \min} = \rho_{\min} \cdot b \cdot d = 0,0015 \cdot 1000 \cdot 110 = 165 \text{ mm}^2 / \text{m} . \quad (12)$$

5.1. Нецентричен натиск със симетрична армировка

За конкретния пример са изпълнени условията $e = M_{Ed} / N_{Ed} = 24,19 \cdot 10^6 / 126,67 \cdot 10^3 = 191 \text{ mm} \geq 0,35d = 0,35 \cdot 110 = 38,5 \text{ mm}$ и

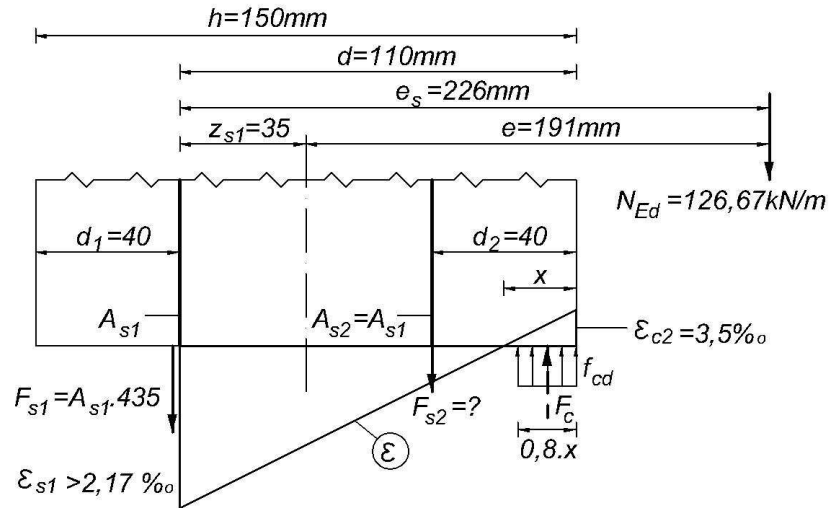
$$n_{Ed} = N_{Ed} / A_c f_{cd} = 126,67 \cdot 10^3 / (1000 \cdot 150 \cdot 17) = 0,05 \leq 0,4 .$$

Според (2) попадаме в случай на голям ексцентрицитет, защото:

$$\xi = \frac{1,25 \cdot 126,67 \cdot 10^3}{1000 \cdot 150 \cdot 17} = 0,062 < 0,0617. \quad (13)$$

Според (3) попадаме в частния случай:

$$0,062 \leq 2,63 \frac{40}{110} = 0,95. \quad (14)$$



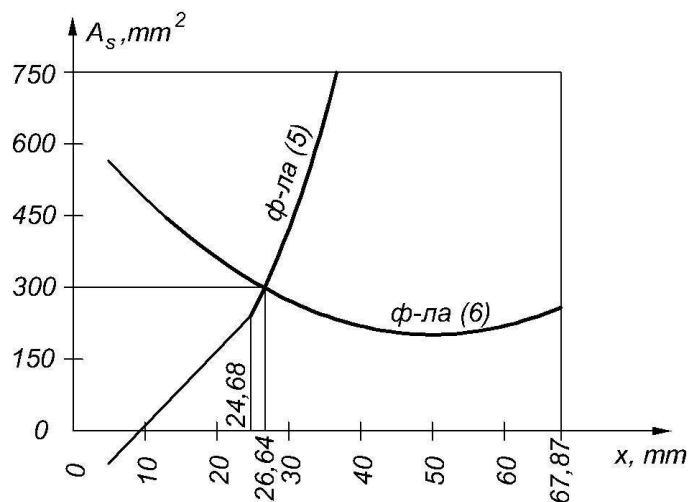
Фигура 8. Нецентричен натиск със симетрична армировка
Тогав според (4) може да си определи необходимата армировка:

$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{126,67 \cdot 10^3 \cdot 226}{(110 - 40) \cdot 435} = 940 \text{ mm}^2 / \text{m}. \quad (15)$$

5.2. НЦН със симетрична армировка – точно решение

От графичното решение на (5) и (6) е определена необходимата армировка при $x_{actual} = 26,64 \text{ mm}$ (фиг.9):

$$A_{s1} = A_{s2} = 300 = \text{mm}^2 / \text{m}. \quad (16)$$

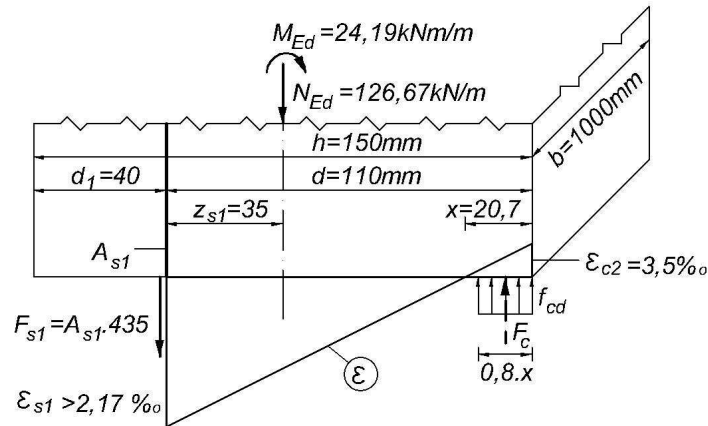


Фигура 9. Точно решение на частния случай при $\xi \leq 2,63 \cdot d_2 / d$

5.3. По процедурата с единична армировка

От решението на квадратното уравнение (8) може да се определи височината на натисковата зона x (корена на уравнението с физически смисъл):

$$x = 20,7\text{mm} . \quad (17)$$



Фигура 10. Аналитично решение с единична армировка

Вижда се (фиг.10), че $\xi = \frac{x}{d} = \frac{20,7}{110} = 0,188 \leq \xi_{\max} = 0,617$ и опънната армировка работи с напрежения $\sigma_s = f_{yd} = 435\text{MPa}$.

Тогава от (9) може да се определи търсената армировка:

$$A_{s1} = \frac{0,8 \cdot 20,7 \cdot 1000 \cdot 17 - 126,67 \cdot 10^3}{435} = 356\text{mm}^2 / \text{m} . \quad (18)$$

5.4. Табличното решени

От табл. 1 е определен относителният огъващ момент μ_{Ed} :

$$\mu_{Ed} = \frac{24,19 \cdot 10^6 + 126,67 \cdot 10^3 \cdot 35}{1000 \cdot 110^2 \cdot 17} = 0,139 . \quad (19)$$

По формулата в схемата на табл.1 може да се изчисли необходимата армировка A_{s1} :

$$A_{s1} = \frac{0,1508 \cdot 1000 \cdot 110 \cdot 17 - 126,67 \cdot 10^3}{435} = 357\text{mm}^2 / \text{m} . \quad (20)$$

6. ЗАКЛЮЧЕНИЯ

По всички представени процедури определените армировки са по-големи от минималната $A_{s1,\min} = 165\text{mm}^2 / \text{m}$.

Представената облекчена изчислителна процедура в т.4 и т.5.3 с отчетането само на опънната армировка е с практична насоченост, като с минимални усилия се получават резултати, много близки до точните.

При конструирането на армировката разбира се такава се поставя и от страната на натисковата зона.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] БДС EN 1992-1-1:2004/A1:2015 – Еврокод 2: Проектиране на стоманобетонни конструкции, Част 1-1: Общи правила и правила за сгради.
- [2] БДС EN 1992-1-1:2005/NA:2015. – Еврокод 2: Проектиране на стоманобетонни конструкции, Част 1-1: Общи правила и правила за сгради – Национално приложение към БДС EN 1992-1-1:2005.
- [3] Велинов, К., Ангелов, Н., Георгиев, Ат., БДС EN 1992-1-1: Указания, София, 2021г.: <https://kiip.bg/documents/messages/82341d4-3c94-c51c-d8e6-033188cea2ee.pdf>
https://uacg.bg/filebank/att_6554.pdf
- [4] Лекционен курс по дисциплината „Стоманобетон“ за специалност ССС 4, проф. Ат. Георгиев, катедра „Масивни конструкции“, УАСГ, 2018г.
- [5] Иванчев Ил., и др. Проектиране на стоманобетонни конструкции според европейските норми (Еврокод 2), УАСГ, 2001г.
- [6] Русев, К и колектив, Ръководство по стоманобетон Еврокод 2, КИИП, София, 2013
- [7] Русев, К., Янчев Вл., ЕС2. Оразмеряване на стоманобетонни конструкции по нормални сечения, АВС Техника, 2011г.